



Spolufinancováno
Evropskou unií



DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

PŘÍLOHA KOMPETENČNÍHO RÁMCE ABSOLVENTA A ABSOLVENTKY UČITELSTVÍ

Podpora rozvoje učitelských kompetencí (PRoUK), Klíčová aktivita 2

Reg. číslo: CZ.02.02.XX/00/23_019/0008385

Finální verze 2.0 ze dne 20. 2. 2026





Autorský tým: Jarmila Robová (MFF UK, Praha), Jana Hromadová (MFF UK, Praha),
Vlasta Moravcová (MFF UK, Praha), Petra Surynková (MFF UK, Praha)

Jazyková redakce: Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta

Grafická úprava: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, Univerzita Karlova,
Matematicko-fyzikální fakulta

Elektronická verze publikace je dostupná na www.msmt.cz, www.edu.gov.cz



ÚVODNÍ SLOVO



Tento dokument je věnován obrově specifickému kompetenčnímu rámci učitelů a učitelek deskriptivní geometrie. V současné době je možné studovat učitelství deskriptivní geometrie v České republice pouze na třech univerzitách – na Univerzitě Karlově v Praze, Univerzitě Palackého v Olomouci a Masarykově univer-

zitě v Brně. Deskriptivní geometrie je přitom důležitou součástí studijních programů na celé řadě středních i vysokých technických škol, jako jsou školy se zaměřením na stavebnictví, strojírenství, architekturu apod.

Deskriptivní geometrie není v rámcových vzdělávacích programech středních škol zařazena mezi vzdělávací oblasti. Její obsah se v různém rozsahu objevuje v oblasti odborného vzdělávání některých technicky zaměřených škol, například u technického lycea či středních škol stavebních a strojních. Vyučující tak často nemají k dispozici vodítko, podle kterého by se mohli ve své výuce zaměřovat na požadované očekávané žákovské výstupy či na závazné učivo. Obsah výuky deskriptivní geometrie se rovněž liší dle typu školy, na které je příslušný předmět

vyučován. Příprava učitelů a učitelek tohoto předmětu má tedy svá specifika.

Navíc se v posledních dvou desetiletích pod vlivem zařazování digitálních technologií do škol mění pojetí výuky deskriptivní geometrie. Již se nejedná jen o klasické zobrazování těles do roviny pomocí různých zobrazovacích metod s využitím pravítka a kružítka, ale používají se počítače i různé programy pro modelování prostorových útvarů, roste význam učitelových znalostí z oblasti počítačové geometrie i programování.

Moderní výuka deskriptivní geometrie tedy není zaměřena jen na zobrazovací metody, ale využívá poznatků z dalších odborných disciplín, jako je analytická geometrie či projektivní a počítačová geometrie. To vše by se mělo odrážet i v přípravě učitelů tohoto oboru a v jejich kompetencích.

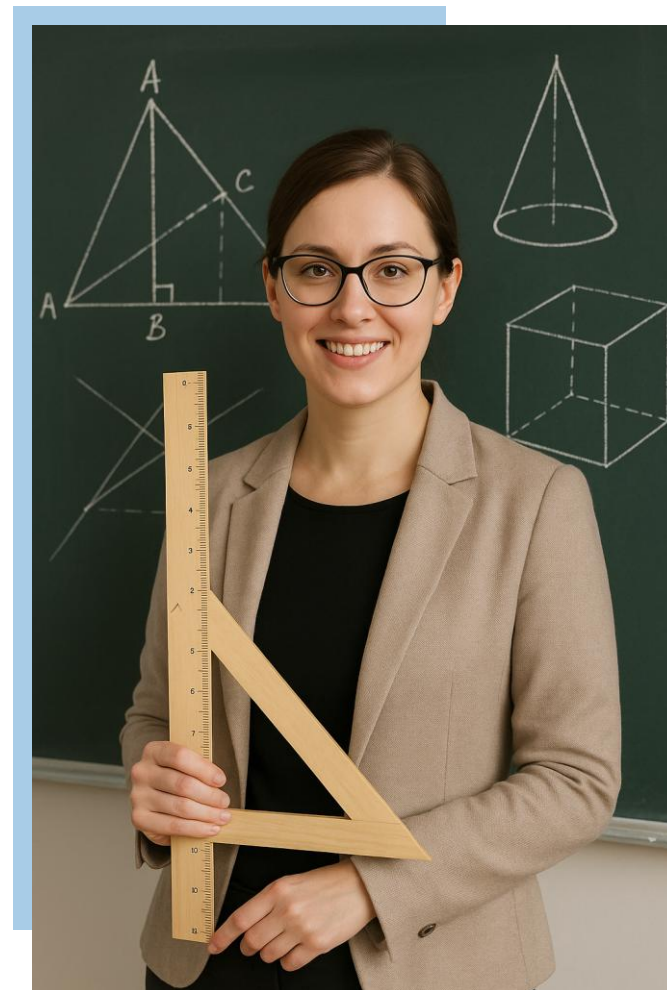
Dokument je zaměřen na oblast 1 kompetenčního rámce absolventa a absolventky učitelských studijních programů. Tato oblast je rozdělena na dvě podoblasti 1.1 a 1.2. První kompetence 1.1 se zaměřuje na znalosti oboru, tj. deskriptivní geometrie, zatímco druhá kompetence 1.2 je věnována didaktické transformaci obsahu.

“ VIZE ABSOLVENTA A ABSOLVENTKY UČITELSTVÍ

Profesní kompetence obsažené v tomto Rámci je možné zjednodušeně vyjádřit také formou této vize absolventa a absolventky učitelství:

PŘEJEME SI ABSOLVENTA A ABSOLVENTKU UČITELSTVÍ, KTERÝ NEBO KTERÁ V CO NEJVYŠŠÍ MOŽNÉ MÍŘE:

- rozumí vyučovaným oborům, dále se v nich rozvíjí a zprostředkovává je žákům a žákyním podle jejich vzdělávacích potřeb;
- poznává žáky a žákyně a jejich vzdělávací potřeby a nastavuje s ohledem na ně cíle výuky;
- vede výuku tak, aby umožňovala každému žákovi i žákyni naplňovat jeho či její potenciál bez ohledu na sociální postavení nebo znevýhodnění a maximálně rozvíjet jeho či její klíčové kompetence a gramotnosti;
- podporuje u žáků a žákyň motivaci k učení a reaguje na jejich potřeby;
- vytváří bezpečné prostředí pro učení a vede žáky a žákyně k chování podporujícímu učení, ke spolupráci a vzájemnému respektu;
- vhodně pracuje s digitálním i fyzickým prostředím pro učení;
- hodnotí na základě kritérií a převážně formativně, to zejména znamená, že poskytuje a přijímá zpětnou vazbu a vede k tomu také žáky a žákyně;
- spolupracuje s kolegy a kolegyněmi na výuce a podpoře konkrétních žáků a žákyň a komunikuje s rodiči v zájmu jejich dětí;
- reflektuje svou výuku na základě důkazů o učení žáků a žákyň;
- s oporou o reflexi výuky utváří své sebepojetí v roli učitele či učitelky a řídí svůj další profesní rozvoj;
- odpovědně pracuje s informacemi a s digitálními nástroji, vede žáky a žákyně k demokratickým hodnotám a jedná v souladu s profesní etikou;
- a pečuje o své duševní zdraví a psychohygienu.



KOMPETENČNÍ RÁMEC ABSOLVENTA A ABSOLVENTKY UČITELSTVÍ

Kompetenční rámec absolventa a absolventky učitelství je tvořen 18 kompetencemi rozdělenými do 6 oblastí.

1. Vyučované obory a jejich zprostředkování žákům a žákyním

- 1.1. Rozumím vyučovaným oborům a dále se v nich rozvíjím.
- 1.2. Didakticky zprostředkuji obsah vyučovaných oborů žákům a žákyním v souladu s jejich vzdělávacími potřebami.

2. Plánování, vedení a reflexe výuky

- 2.1. Nastavuji cíle výuky a vedu k nastavování vlastních cílů také žáky a žákyně.
- 2.2. Poznávám vzdělávací potřeby žáků a žákyň a plánuji výuku tak, aby každému žákovi a žákyni umožňovala aktivně se zapojit a dosahovat stanovených cílů.
- 2.3. Podporuji u žáků a žákyň zvědavost a motivaci k učení.
- 2.4. Efektivně vedu výuku a v jejím průběhu zjišťuji míru porozumění žáků a žákyň a reaguji na jejich potřeby.
- 2.5. Reflektuji výuku a vyhodnocuji dosahování stanovených cílů.

3. Prostředí pro učení

- 3.1. Vytvářím bezpečné prostředí pro učení.
- 3.2. Vedu žáky a žákyně k chování podporujícímu učení a ke spolupráci.
- 3.3. Zajišťuji vhodné uspořádání fyzického prostoru i digitálního prostředí, kde se učení odehrává.

4. Zpětná vazba a hodnocení

- 4.1. Hodnotím na základě kritérií a vedu k tomu také žáky a žákyně.
- 4.2. Poskytuji a přijímám zpětnou vazbu a vedu k tomu také žáky a žákyně.
- 4.3. Vedu žáky a žákyně k reflexi jejich učení.

5. Profesní spolupráce

- 5.1. Spolupracuji s kolegy a kolegyněmi ve prospěch žáků a žákyň a společného profesního růstu.
- 5.2. Spolupracuji s rodiči a širší komunitou školy v zájmu žáků a žákyň.

6. Profesní sebepojetí, rozvoj, etika a duševní zdraví

- 6.1. Systematicky pracuji na utváření svého sebepojetí v roli učitele či učitelky a na svém profesním rozvoji.
- 6.2. Odpovědně pracuji s informacemi a s digitálními nástroji, vedu žáky a žákyně k demokratickým hodnotám a jednám v souladu s profesní etikou.
- 6.3. Systematicky pečuji o své duševní zdraví a psychohygienu.

OBLAST 1 VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM

Kompetence 1.1: Rozumím vyučovaným oborům a dále se v nich rozvívím.

Úroveň

Absolvent/ka učitelství



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

1. Mám ve vyučovaných oborech znalosti a dovednosti, které mi umožňují efektivně plánovat a realizovat výuku (viz 2. oblast kompetencí).

Znám principy a postupy planimetrie, stereometrie, zobrazovacích metod deskriptivní geometrie a jejich aplikací.

Uvědomuji si souvislosti zobrazování geometrických objektů s dalšími disciplínami, jako jsou analytická, diferenciální a projektivní geometrie, kinematická geometrie, počítačová geometrie, teorie křivek a ploch; získané znalosti a dovednosti aplikuji nejen uvnitř jednotlivých disciplín, ale i mezi nimi.

Dokážu posoudit vhodnost použití různých oborových znalostí pro řešení konkrétních problémů.

- Umím modelovat, načrtnout a narýsovat základní geometrické objekty.
- Znám rozdíl mezi rovnoběžným a středovým promítáním, znám a dovedu aplikovat jednotlivé zobrazovací metody.
- Chápu, že podstatou zobrazovacích metod je vzájemně jednoznačný vztah mezi objekty a jejich průměty.
- Znám příklady využití zobrazovacích metod v praxi (např. kartografie, teoretické řešení střech).

- Umím pomocí metod projektivní geometrie sestavit kuželosečku určenou pěti body.
- Znám analytický popis válcové plochy i křivek na ní ležících.

- Při proužkové konstrukci elipsy využiji znalosti z kinematické geometrie.
- Při řešení některých Apollóniových úloh cíleně využívám kruhovou inverzi v Möbiově rovině.

	Znám a využívám symbolický jazyk matematiky a principy značení geometrických objektů a jejich průmětů (obrazů v různých geometrických transformacích). Vím, jaké technické normy s mým oborem souvisí.	• Formuluji a řeším geometrické konstrukční úlohy v symbolickém jazyce. • Při konstrukci rysů dbám na používání správných typů a tlouštěk čar, aby byl výsledný produkt přehledný. • Dokážu vyhledat příslušnou normu ČSN EN ISO a orientuji se v pokynech v ní uvedených.
	Formuluji definice a věty a interpretuji klíčové geometrické pojmy, vlastnosti a vztahy na různé úrovni přesnosti. Stěžejní věty z mého oboru umím dokázat.	• Formuluji a umím dokázat Quételetovy-Dandelinovy věty o rovinných řezech kuželové plochy.
2. Mám pozitivní vztah k vyučovaným oborům, zajímám se o jejich vývoj a budoucnost.	Dokážu vyhledat a studovat historické a popularizační zdroje a připravuji si tak svůj repertoár motivačních úloh a příkladů.	• Při přípravě na výuku řezů kuželové plochy vyhledám a přečtu si zdroj o historii kuželoseček.
	Zajímám se o jevy spojené s fenomény diskutovanými ve společnosti, včetně přesahů geometrických pojmů a vztahů do dalších oborů.	• Zajímám se o výsledky současného výzkumu v oblasti geometrie, aktuálně mohu registrovat např. objev nového typu teselace nazývané Einsteinův klobouk (Smith, D. et al., 2024).
	Zajímám se o aktivity spojené s popularizací deskriptivní geometrie.	• Využívám nabídek dalších vzdělávacích institucí (univerzity, akademie věd, science centra, ...) pro vlastní růst.

3. Rozumím tomu, jak ve vyučovaných oborech vzniká (vědecké) poznání, využívám spolehlivé oborové zdroje informací a kriticky zdroje informací hodnotím.	Uvědomuji si přítomnost a roli axiomatického systému geometrie, rozdíl mezi intuitivním uchopením pojmu a jeho definicí a také úlohu a nezbytnost různých předpokladů v dokazovaném tvrzení.	- Osovou afinitu v rovině dokážu přiblížit intuitivně jako zobecnění osově souměrnosti. Dále ji mohu definovat na základě osově afinity mezi dvěma rovinami v prostoru nebo přímo v rovině bez užití vazeb na prostorovou situaci. - Vím, že v historii vedly snahy o důkaz 5. Eukleidova postulátu k objevení neeukleidovských geometrií. - Uvědomuji si význam Hilbertova axiomatického systému.
	Vzájemnou jednoznačnost zobrazovacích metod využívám k odvozování prostorových vztahů na základě rovinných a naopak.	Využiji prostorové vztahy mezi třemi rovinami při konstrukci řezů mnohostěnů rovinou v libovolné zobrazovací metodě.
	Ovládám základní způsoby deduktivního dokazování stejně jako induktivního zdůvodňování geometrických poznatků.	Na základě zobrazení krychle ve volném rovnoběžném promítání vyslovím hypotézu o průmětu pravého úhlu. Zároveň umím toto tvrzení korektně zformulovat a deduktivně dokázat.
	Využívám spolehlivé oborové zdroje týkající se deskriptivní geometrie a zvažuji jejich obsah ve vazbě na vyučování.	Čerpám z recenzovaných středoškolských i vysokoškolských učebnic deskriptivní geometrie a souvisejících disciplín nebo odborných článků.
4. Umím ve vyučovaných oborech využívat moderní technologie.	Využívám matematický a geometrický software (zejména software dynamické geometrie pro kreslení v rovině i v prostoru, 3D modelovací software a 3D tisk, výpočtový algebraický software pro analytickou a diferenciální geometrii, rozšířenou i virtuální realitu) pro efektivní řešení a tvorbu úloh.	- Ve výpočtovém algebraickém softwaru zobrazuji rovinné a prostorové objekty pomocí analytického popisu. - Modeluji geometrické situace a tělesa v softwaru dynamické geometrie či v 3D modelovacím softwaru.

	Vytvářím statické a interaktivní vizualizace geometrických objektů a vztahů mezi nimi s využitím moderních technologií.	• Navrhu virtuální model pro odvození objemu jehlanu. • Modeluji řezy rotačního kužele v softwaru dynamické geometrie.
	Uvědomuji si přínos a limity moderních technologií pro svůj obor.	• Uvědomuji si, že přínosem technologií je automatizace repetitivních konstrukcí. • Uvědomuji si limity moderních technologií, např. nepřesnost při vykreslování objektů, omezenou aktuálnost používaného softwaru či nedostupnost některých nástrojů v konkrétním softwaru. • Uvědomuji si, že moderní technologie se neustále vyvíjejí a že je nutné průběžně doplňovat své dovednosti ve využívání těchto nástrojů.
5. Orientuji se ve vztahu vyučovaných oborů a kurikula na různých stupních vzdělávání.	Vymezím obsah a popíšu strukturu a cílové zaměření výuky deskriptivní geometrie s ohledem na typ školy, na níž je výuka realizována.	• Víím, že na středních školách se charakter výuky deskriptivní geometrie liší dle zaměření školy; například na střední škole stavební je kladen větší důraz na aplikace kótovaného promítání, plochy stavební praxe či technickou dokumentaci staveb.
	Mám přehled, jaké dokumenty vymezují učivo a rozsah výuky deskriptivní geometrie pro střední školy, umím s nimi pracovat.	• Zním dokument prezentující doporučené výstupy a obsah deskriptivní geometrie pro střední školy zveřejněný na Metodickém portálu RVP (VUP Praha, 2005). • Uvědomuji si, že na školní úrovni jde například o školní vzdělávací program či jiné dokumenty, které škola přijala jako závazné. • Uvědomuji si, že na některých typech středních škol je deskriptivní geometrie obsažena v povinném kurikulu různých odborných předmětů, zatímco na gymnáziu je volitelným předmětem a obsah výuky není pevně stanoven.

	Jsem si vědom přesahů kurikula deskriptivní geometrie do dalších předmětů.	Vím, že kótované promítání svými aplikacemi přesahuje do stavitelství, projekční činnosti či geodezie, lineární perspektiva přesahuje do výtvarné výchovy, počítačové grafiky aj.
	Uvědomuji si návaznost témat deskriptivní geometrie na vzdělávací oblast <i>Matematika a její aplikace</i> .	- Vím, že na základní škole může být žák obeznámen v rámci jiných vzdělávacích oborů se základy pravoúhlého promítání, volného rovnoběžného promítání či typy čar. - Uvědomuji si přímou návaznost na stereometrii, kuželosečky v analytické geometrii, konstrukce rovinných obrazců apod.

Úroveň 2: Začínající učitel/ka



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

6. Reflektuji úroveň vlastních kompetencí ve vyučovaných oborech, jsem si vědom/a limitů těchto oborů i svých vlastních a kontinuálně se ve vyučovaných oborech vzdělávám.	Uvědomuji si, že zobrazovací metody deskriptivní geometrie mají své limity, umím uvést jejich příklady.	- Uvědomuji si nepřesnosti rýsování a skutečnost, že v geometrii pracujeme s abstraktními pojmy. - Umím pracovat s omezenou nákretnou. - Vím, že při důkazu vět se musím opírat o obecně platná tvrzení, přestože je vizualizuji konstrukcí konkrétního případu.
	Chápu rozdíl mezi profesemi učitel deskriptivní geometrie a praktickými profesemi jako architekt, geodet, projektant apod.	Uvědomuji si, že zatímco architekt/geodet/projektant se zabývá problémy praxe, cílem učitele je přizpůsobit a zprostředkovat deskriptivní geometrii žákům.

	Uvědomuji si aktuální úroveň svých znalostí a dovedností v jednotlivých oblastech deskriptivní geometrie.	Uvědomuji si, že některé konstrukce, které nejsou rutině používány (např. lichoběžníková konstrukce paraboly), mi mohou činit potíže a je třeba si je dle potřeby připomínat.
	Další vzdělávání v deskriptivní geometrii plánuji a realizuji na základě vyhodnocení úrovně svých znalostí a dovedností a jejich potřebnosti pro můj profesní rozvoj.	Dle potřeby se účastním odborných seminářů, studuji odbornou literaturu a konzultuji své znalosti se zkušenými kolegy.
	Zajímám se dle svých možností o vývoj oboru a jeho specializace.	- Sleduji aktuální vývoj technologií vhodných pro vizualizaci a reprezentaci geometrických objektů a vztahů mezi nimi a průběžně doplňuji své dovednosti ve využívání těchto nástrojů. - Všímám si změn technických norem s ohledem na specializaci svých žáků.

Úroveň 3:

Zkušený/á učitel/ka



7. Rozumím souvislostem vyučovaných oborů s jinými obory a průřezovým konceptům, které jsou společné více oborům.

Rozumím interpretacím geometrických konceptů na příkladech z reálného života.

- Rozpoznám geometrické plochy v okolní architektonické zástavbě.
- Dokážu se rámcově zorientovat v lékařských snímcích.

PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

	Témata a problémy z jiných oborů i z běžného života dokážu ve vhodném zjednodušení převést na geometrické úlohy a řešit je.	• Nejkratší vzdálenost mezi dvěma místy na zeměkouli dokážu odhadnout pomocí geometrického modelu koule a řešit metodami sférické trigonometrie, ale také určit ve zvoleném měřítku konstrukčně pomocí rektifikace kružnicového oblouku.
	Postupy a pojmy z deskriptivní geometrie využívám pro kritické vyhodnocení informací v jiných oborech.	• Orientuji se v technických výkresech, např. v projektovém výkresu stavby či ve výkresu průmyslové součástky. • Rozpoznám chyby ve vyobrazeních reálných objektů v učebnicích jiných oborů, např. matematiky (kombinace více promítacích metod v jednom obrázku) či geografie (chybné zobrazení zeměkoule).
8. Rozumím terminologii, konceptům a vnitřním souvislostem vyučovaných oborů natolik, že dokážu efektivně plánovat a realizovat výuku také pro nadané a mimořádně nadané žáky s hlubokým zájmem o daný obor.	Aktivně vyhledávám i vytvářím zajímavé úlohy deskriptivní geometrie, zajímám se o úlohy z historických zdrojů.	• Zajímavé úlohy naleznu např. ve starších sbírkách úloh nebo mezi maturitními úlohami pro reálky. • Vytvořím zjednodušený projekt reálné budovy a zadám jej žákům jako podklad k vytvoření 3D modelu.
	Postup při rozvíjení talentovaných žáků koordinuji s vědeckými či akademickými pracovišti.	• Uvědomuji si, že pro nadanou mládež existují různé možnosti rozvoje, které organizují například univerzity či akademie věd. Mám přehled o vysokých školách, na nichž je deskriptivní geometrie vyučována.
	Témata z běžné výuky dokážu přiřadit k obecnějším konceptům, interpretovat a propojovat je mezi sebou tak, abych dokázal/a tvořit podnětné otázky a úlohy, včetně komplexních a gradovaných dle obtížnosti.	• Záměrně vytvářím úlohy o řezech těles, které nestačí řešit pouze pomocí běžných stereometrických postupů, ale je třeba využít osovou afinitu, resp. středovou kolineaci. • Obtížnost úloh graduji změnou polohy daných objektů.
	Dokážu řešit úlohy různými způsoby a tyto způsoby kriticky posoudit.	• Řez rotačního kužele obecnou rovinou v Mongeově promítání mohu řešit pomocí třetí vedlejší průmětny nebo pomocí otočení situace okolo osy daného kužele do takové polohy, kdy je rovina řezu rovinou promítací, případně úlohu řeším pomocí softwaru.

Mám povědomí o dalších zobrazovacích metodách (kromě těch běžně vyučovaných na středních školách).

- Zním okrajově používané či historické zobrazovací metody jako kosoúhlou axonometrii, kruhové promítání nebo Skuherského ortogonální projekci.



OBLAST 1

VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM



Komentář k významu kompetence 1.1 pro učení žáků a žákyň

Deskriptivní geometrie byla původně vnímána jako věda zabývající se studiem a popisem vzájemně jednoznačných zobrazovacích metod a jejich aplikacemi při řešení prostorových úloh (Urban, 1965; Piska & Medek, 1966). Postupem doby se náplň tohoto oboru posouvala, resp. rozšiřovala. V současnosti je deskriptivní geometrie komplexním oborem zahrnujícím nejen zkoumání zobrazovacích metod, ale obecně zkoumání geometrických objektů a jejich vlastností, přičemž zobrazovací metody, resp. obecně různé grafické reprezentace, jejichž vytváření je podpořeno užitím digitálních technologií, zůstávají klíčovým komunikačním prostředkem deskriptivní geometrie. Výstižnějším pojmenováním oboru by tedy bylo sousloví *Deskriptivní a počítačová geometrie*.

Porozumění oboru patří k základním kompetencím učitele deskriptivní geometrie. Jeho oborové znalosti úzce souvisejí s matematikou, resp. s geometrií, neboť deskriptivní geometrie se opírá o geometrické koncepty používané v matematice. Dle Shulmana (1986) patří do poznatkové báze učitele (Janík, 2009), kromě jiného, znalost obsahu, didaktická znalost obsahu a znalost kurikula. V návaznosti na Shulmana uvádějí Ball et al. (2008) konkrétní požadované znalosti specifické pro učitele matematiky, které jsou nezbytné i pro učitele deskriptivní geometrie. Ty zahrnují například prezentaci matematických, resp. geometrických, myšlenek, hledání reprezentativních příkladů, propojování různých reprezentací, modifikaci úloh, ověřování správnosti výroků a další. K tomu je vhodná nejen dostatečná znalost zobrazovacích metod, ale i dalších oblastí, jako je například projektivní, algebraická a kinematická geometrie. Význam učitelových znalostí obsahu v matematice, resp.

v geometrii, rovněž dokládají výzkumy, které poukazují na korelaci těchto učitelových znalostí s výsledky žáků (Hill et al., 2005; Tchoshanov, 2011).

Geometrické znalosti mají komplexní charakter. Jsou spojeny s vizualizací geometrických objektů a vztahů i s prostorovou představivostí; vyžadují nejen konceptuální porozumění, ale také související logické uvažování, často mají uplatnění v reálném světě. Z hlediska oborové kompetence 1.1. pro učitele deskriptivní geometrie jsou proto v dílčích kompetencích zdůrazňovány tyto oblasti:

- konceptuální porozumění obsahu,
- rozvíjení prostorové představivosti,
- využívání metod kritického myšlení včetně zdůvodňování a argumentace při řešení problémů,
- aplikace geometrie v praxi a využití digitálních technologií.

Výzkumy konceptuálního porozumění ukazují, že konceptuální znalosti hrají zásadní roli v rozvíjení geometrického, resp. matematického, myšlení a v kvalitě výuky (van Hiele, 1986; Usiskin, 1982; Clements & Battista, 1992; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Deskriptivní geometrie jako obor rovněž vyžaduje vizualizace objektů, a proto i dobrou úroveň prostorové představivosti, která má vliv také na výsledky žáků (Rittle-Johnson et al., 2019; Lowrie et al., 2021). Prostorová představivost je klíčovou složkou inteligence a je nezbytná při řešení úloh v deskriptivní geometrii (Sorby et al., 2013). Pomáhá chápat vlastnosti prostorových

objektů, vztahy mezi nimi a jejich umístění v trojrozměrném prostoru. Mnoho výzkumných studií ukázalo, že prostorová představivost je zásadní pro matematické myšlení a existují pozitivní korelace mezi prostorovou představivostí a matematickými výsledky napříč všemi stupni vzdělávání (Clements & Battista, 1992). Vizualizace objektů je důležitá rovněž z hlediska konceptuálního porozumění, neboť existují rozdíly mezi abstraktní definicí pojmu a mentálním obrazem pojmu, resp. jeho představou (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1991). Tento rozdíl je klíčový právě v geometrii, kdy může docházet k neadekvátní vizualizaci pojmů či vztahů.

Důležitou součástí deskriptivní geometrie je odvozování pravdivosti tvrzení a argumentace při řešení problémů. Uvedené postupy jsou rozvíjeny rovněž v rámci matematiky a jsou dále využívány i v deskriptivní geometrii. Dle Stylianidese et al. (2016) je významným prvkem výuky argumentace a dokazování kromě dobré znalosti obsahu také postoj učitelů k vhodnosti zavedení argumentace a důkazů do výuky a jejich

metodologická připravenost. Pittalis & Christou (2010) upozorňují, že zdůvodňování v geometrii souvisí s prostorovou představivostí; prostorové uvažování rovněž souvisí s matematickými výsledky žáků (Lowrie et al., 2019).

Deskriptivní geometrie jako obor nachází využití ve všech technických oborech, například ve stavitelství, architektuře nebo počítačem podporovaném designu a výrobě (Pottmann et al., 2007), přičemž dílčí kompetence budované v deskriptivní geometrii sahají nad rámec znalostí a dovedností rozvíjených v těchto technických oborech. Kromě aplikací je vhodné rovněž propojovat geometrické znalosti s jejich historickým kontextem jako motivačním prvkem (Andersen, 2007; Barbin et al., 2019; Kadeřávek, 1935, 1954).

Současné pojetí deskriptivní geometrie je úzce spjato s digitálními technologiemi a s 3D počítačovým modelováním (Žára et al., 2010). Do poznatkové báze učitele tedy náleží i technologicko-didaktická znalost obsahu (Mishra & Koehler, 2006).

OBLAST 1 VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM

Kompetence 1.2: Didakticky zprostředkují obsah vyučovaných oborů žákům a žákyním v souladu s jejich vzdělávacími potřebami.

Úroveň

Absolvent/ka učitelství



1. Srozumitelně a fakticky správně zprostředkují obsah vyučovaných oborů žákům a žákyním na příslušném stupni vzdělávání v souladu s jejich vzdělávacími potřebami, tj. obsah didakticky transformují.

Dokážu žákům zprostředkovat koncepty a postupy planimetrie, stereometrie, zobrazovacích metod deskriptivní geometrie a jejich aplikací.

Vedu žáky k porozumění terminologii, značení geometrických objektů a jejich průmětů v různých zobrazeních a k orientaci v technických výkresech. Tím vedu žáky ke správné argumentaci a přesnému postupu.

Vedu žáky k modelování, popisu a analýze geometrických útvarů a jejich vlastností.

PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

- Pojem kuželosečky buduji od propedeutiky na úrovni základní školy (množiny bodů dané vlastností, zakreslování do sítí kružnic) až po její vhodnou definici na střední škole v souladu se vzdělávacími potřebami žáků.
- Umím vysvětlit rozdíl mezi objektem v prostoru a jeho průmětem/y v jednotlivých promítáních nebo mezi průmětem a sklopenou či otočenou polohou rovinného objektu, včetně příslušného označení.
- Společně s žáky vytváříme model rotačního kužele z papíru.

2. V rámci didaktické transformace efektivně vytvářím příležitosti pro učení a využívám vhodné vyučovací metody a prostředky pro učení, např. učební úlohy, situace, modely a modelové příklady, a informační zdroje, včetně digitálních (viz také kompetence 2.2).	Dle potřeby volím vhodné modely/reprezentace geometrických pojmů a vztahů a dokážu posoudit jejich přínosy a rizika pro kvalitu vytvořeného geometrického poznatku. Rozumím, že základní konstrukce je vhodné provádět pomocí rýsovacích pomůcek a automatizované nástroje používám až po jejich pochopení a zvládnutí žáky.	• Zprostředkuji žákům výhody a omezení modelování bodů a přímek pomocí improvizovaných pomůcek (špejle, kuličky, karton aj.). • Při výuce rovnoběžných a středových promítání využívám názorné pomůcky (fyzické modely, software dynamické geometrie, 3D modelovací software) k rozvíjení prostorové představivosti. • Dle potřeby vedle pravoúhlého průmětu použiji i kosoúhlý průmět objektu za účelem zvýšení názornosti. Zároveň zadáváním různých pohledů na objekt (levý/pravý horní/dolní pohled) eliminuji fixaci na pravý nadhled.
	Při výuce pracuji s příklady i protipříklady (modely a nemodely) situací.	• Při zkoumání pravidla, kdy se pravý úhel zobrazí jako pravý, vedu žáky k modelování různých situací včetně těch, kdy se pravý úhel nezachová.
	Vytvořím/sestavím sérii úloh, s jejichž pomocí žáci dospějí k poznatkům, a to až do stádia abstrakce (pokud to je vzhledem k jejich vzdělávacím potřebám účelné), a dokážu je nasměrovat v případě, že nejsou v řešení úspěšní, aniž bych jim řešení prozradil/a.	• Na průmětu elementárního tělesa (např. pravidelný jehlan) vysvětlím princip zobrazení bodu, přímky, roviny v nově zaváděné zobrazovací metodě. • Připravím sérii gradovaných úloh od zobrazování bodů, přímek a rovin po zobrazování těles a složitějších úloh např. na řezy těles rovinami. • Při výuce kuželoseček dokážu vytvořit úlohy, ve kterých je k řešení potřeba využít jejich různé zavádění – např. jako množiny bodů, jako řezy kuželovými plochami.
	Vedu žáky k uvědomění, že pro úlohy existují různé strategie řešení, a k posouzení vhodnosti a výhodnosti těchto strategií.	• Při konstrukci tečen kuželoseček vedu žáky k použití různých postupů řešení – pomocí osové afinity/středové kolineace, průvodičů, řídicí či vrcholové kružnice (nebo přímky).
3. Zprostředkuji žákům a žákyním souvislosti mezi oborovou teorií, reálnými jevy a životní praxí, včetně aktuálního dění (viz také kompetence 2.3).	Vedu žáky k řešení úloh založených na reálných situacích a upozorňuji na problémy z běžného života, které deskriptivní geometrie pomáhá řešit, čímž podporuji jejich motivaci k učení i zvědavost.	• Zařazuji praktické úlohy z běžného života spojené s architekturou a stavitelstvím, kartografií, strojírenstvím aj. • Mongeovo promítání motivuji využitím v praxi při tvorbě výkresu pravoúhlých průmětů domu. • Do výuky zařadím zahradnickou konstrukci elipsy.

	Vytvářím příležitosti k tomu, aby žáci poznávali, že velká část moderních technologií je založena na matematických a geometrických poznatcích a bez nich by neexistovala.	Zařadím do výuky využití softwaru dynamické geometrie a poukážu na souvislost grafického výstupu s analytickou reprezentací zobrazeného objektu.
	Vedu žáky k práci s autentickými informačními zdroji podporujícími porozumění geometrickým poznatkům.	Využívám reálné výkresy architektonických staveb či průmyslových součástek, manuály k sestavení nábytku apod.
4. Vyučované obory zprostředkovávám jako otevřené a stále se vyvíjející, a jako provázané s dalšími obory; ne jako uzavřené a izolované soubory vědění.	Využívám příležitosti k propojování deskriptivní geometrie s dalšími vyučovacími předměty a vedu žáky k řešení mezioborových úloh.	- Poukazuji při výuce na návaznost na znalosti získané v matematice, především v planimetrii, stereometrii a analytické geometrii. - Zdůrazňuji propojení deskriptivní geometrie s architekturou a stavitelstvím při konstrukci průmětů střech v kótovaném promítání.
	Tam, kde to je vhodné, budu u žáků podporovat porozumění geometrickým pojmům a postupům na pozadí jejich historického vývoje, a tím poukazuji na dynamiku vývoje geometrie.	Při výuce lineární perspektivy mohou žáky seznámit s různými historickými nepřesnými konstrukcemi pavimenta (florentská metoda aj.).

Úroveň 2: Začínající učitel/ka



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

5. Pracuji s prostředím pro učení žáků, včetně digitálního, tak, aby podporovalo jejich učení ve vyučovaných oborech (viz také 3.	Volím vhodné digitální nástroje s ohledem na cíle hodiny, probírané učivo a zařazené úlohy.	Vedu žáky k tomu, aby 2D dynamický geometrický software používali ke zkoumání vztahů mezi rovinnými objekty (např. osová afinita, středová kolineace), 3D dynamický geometrický software používali k řešení řezů těles a CAD software pro tvorbu technických výkresů a virtuálních modelů pro 3D tisk.
--	---	--

oblast kompetencí).	Vedu žáky k tomu, aby si uvědomovali potenciál i limity 3D modelovacích nástrojů.	- Podporuji žáky ve vytváření hypotéz pomocí softwaru dynamické geometrie. - Uvádím příklady, kde digitální nástroje pracují se zaokrouhlenými údaji.
	Vytvářím podnětné a bezpečné prostředí, v němž žáci nabývají nových poznatků prostřednictvím např. řízeného objevování, projektové výuky, argumenty podložené diskuse či produktivní práce s chybou.	- Vedu žáky k objevování algoritmu konstrukce řezu tělesa rovinou (např. zkoumáním vzájemné polohy rovin, průsečíku přímky a roviny). Pokud žák navrhne chybný postup, snažím se jej pomocí vhodných pomůcek a protipříkladů dovést k reflexi jeho chyby. - Zadám žákům dlouhodobý úkol jako vytvoření projektu a modelu školní budovy či návrh interiéru učebny a průběžně s nimi konzultuji jeho řešení.
6. Pracuji s předporozuměními (prekoncepty), včetně chybných porozumění (miskonceptů), která žáci a žákyně mají o klíčových pojmech ve vyučovaných oborech, a s častými chybami a překážkami pro porozumění obsahu.	Uvědomuji si, že žáci v době zahájení výuky deskriptivní geometrie nemusí mít ještě probrané potřebné související učivo z matematiky, na něž deskriptivní geometrie navazuje, a že jejich znalosti zobrazování objektů z prostoru do roviny mají pouze empirický charakter. Dokážu tuto skutečnost ve výuce zohlednit.	Ujistím se, zda žáci znají pojmy jako mimoběžky, průsečnice rovin apod. V případě potřeby je adekvátně vysvětlím.
	Uvědomuji si, jaké pojmy a postupy deskriptivní geometrie jsou pro žáky obtížné, jakých chyb se žáci zpravidla dopouštějí a dokážu analyzovat jejich příčiny a aplikovat metody, které jejich vzniku předcházejí či je didakticky využívají.	- Upozorním žáky na rozdíl mezi levotočivou a pravotočivou soustavou souřadnic a důsledky jejich záměny. - Dbám na to, aby žáci správně používali pojem kóta bodu a neztotožňovali jej s pojmem vzdálenost bodu od průmětny.
	Zohledňuji úroveň prostorové představivosti žáků a průběžně ji rozvíjím.	- Žáky vedu k tomu, aby si řešení každé prostorové úlohy nejprve představili obecně v prostoru a teprve poté se soustředili na konkrétní konstrukci v daném promítání. - Žákům s méně rozvinutou prostorovou představivostí nabízím více fyzických modelů.

7. Vhodně využívám oborově- didaktické koncepty specifické pro vyučované obory, a to zejména při plánování, realizaci a reflexi výuky a v procesu zpětné vazby a hodnocení (viz 2. a 4. oblast kompetencí).	Dbám na to, aby si žáci postupy zobrazení nealgoritmovali bez pochopení (nememorovali), ale aby rozuměli prostorové situaci/vztahům.	Při otáčení roviny do průmětny vedu žáky k tomu, aby si jednotlivé kroky konstrukce představovali a modelovali v prostoru a dokázali celý proces vysvětlit.
	S oporou o odbornou literaturu popíšu na příkladu, jak se vytváří v mysli žáka geometrický poznatek, a dovedu tuto znalost využít při plánování a realizaci výuky.	Popíšu proces objevování věty o rovnoběžném průmětu pravého úhlu s využitím vhodné motivace z praxe (viz 1.2.3) od izolovaného modelu, ve kterém žák objevuje, jak se pravý úhel zobrazí v konkrétní situaci, až po obecný případ.
	Uvědomuji si abstraktnost geometrických poznatků a chápu, že procesu abstrakce předchází práce s modely a náčrtky.	Při zavádění průmětu roviny nejprve modeluji a črtám různé polohy roviny a zároveň vedu žáky k samostatnému modelování i načrtnutí jednotlivých situací.
	Rozlišuji úroveň žakovského porozumění poznatků a postupů v deskriptivní geometrii a formuluji takové úlohy a otázky pro žáky, aby mohli dosahovat hlubšího porozumění.	- Vyvaruji se prototypického umístění objektů (pracuji i s tělesy s podstavou v obecné rovině, s body v jiném než prvním oktantu apod.). - Při výuce kuželoseček se nezaměřuji jen izolovaně na jednotlivé kuželosečky, ale vedu žáky k zobecňování jejich vlastností.
	Uvědomuji si, že ne každý žák dospěje k hlubokému porozumění geometrickým poznatkům a postupům, ale snažím se o to, aby každý žák dosáhl svého osobního maxima.	- Pro žáky připravuji série gradovaných úloh na konstrukci elipsy z daných prvků. - Individuální znalosti žáků se snažím podpořit vypracováním samostatných nebo skupinových projektů.

Úroveň 3: Zkušený/á učitel/ka



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

8. Vedu žáky a žákyně ve vyučovaných oborech ke kritickému uvažování a k tvůrčí činnosti a etickému jednání.	Vedu žáky ke zdůvodňování jejich závěrů a argumentaci.	- Požaduji po žácích zdůvodnění každého provedeného kroku konstrukce. - Ukazuji žákům situace (optické klamy), kdy jejich první dojem selhává a znalost geometrie je podstatná.
	Vedu žáky k hledání různých postupů a přístupů k řešení úloh.	Při konstrukci průmětu pravidelného šestibokého hranolu vedu žáky k využití rovnoběžnosti a shodnosti bočních hran, středové souměrnosti podstavy, shodnosti hran podstavy aj. a ke kombinování těchto vlastností.
	Vedu žáky k prezentaci vlastních názorů. Rozvímám jejich dovednost vysvětlit vlastní postup ostatním spolužákům a kultivovaně jej obhájit.	- V případě, že některý žák navrhne ihned správné řešení, dávám ostatním prostor pro představení dalších strategií a srovnání jejich vhodnosti a efektivity pro danou úlohu. - Žáky vedu k rozboru důvodů (ne)správnosti předloženého i jejich vlastního postupu.
9. Zprostředkovávám žákům a žákyním průřezová témata a koncepty, které jsou společné více oborům; případně vyučuji také mezioborově, tematicky.	Dokážu vybrat průřezové či mezioborové téma realizovatelné vzhledem ke geometrickému obsahu a vzdělávacím potřebám žáků a najít či vytvořit vhodné učební materiály.	Při opakování osové afinity zařazuji úlohy z řezů těles, osvětlení, otočení roviny v prostoru apod.
	U multioborových témat dokážu zohlednit všechny vzdělávací obsahy, které do tématu vstupují, a zvyklosti zúčastněných oborových didaktik; dokážu účelně spolupracovat s kolegy z různých oborů.	Mám představu (nebo ji na základě spolupráce s kolegy průběžně získávám), jak jsou pojmy z oboru deskriptivní geometrie vnímány ostatními oborovými didaktiky. Například úběžník ve výtvarné výchově, kartografická zobrazení v geografii, trajektorie pohybu ve fyzice apod.

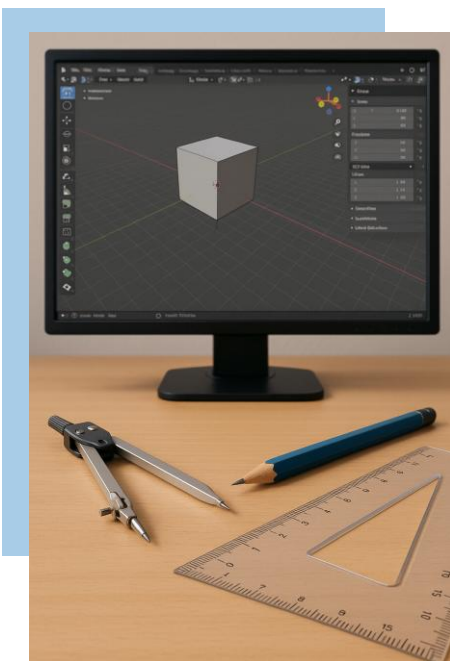
10. Mám ucelenou koncepci výuky na příslušném stupni vzdělávání ve vyučovaných oborech, a to včetně koncepce výuky žáků a žákyň se speciálními vzdělávacími potřebami, včetně nadaných a mimořádně nadaných.	Dokážu stanovit předpokládané znalosti, cíle a očekávané výstupy a formulovat učební úkoly mezioborové výuky z hlediska deskriptivní geometrie a dalších oborů.	Sestavím soubor úloh týkajících se konstrukcí reálných objektů (např. technických výkresů nebo architektonických návrhů staveb).
	Připravuji a realizuji výuku deskriptivní geometrie podle potřeb skupiny i jednotlivých žáků. Zohledním žáky se speciálními vzdělávacími potřebami a spolupracuji s dalšími aktéry vzdělávání těchto žáků (třídní učitel, asistent pedagoga, pracovníci školního a školského poradenského pracoviště, zákonní zástupci žáka).	- Uvědomuji si, že žák, který se připravuje ke studiu na fakultě architektury, má jiné potřeby než budoucí ekonom. - Pracuji s gradovanou náročností úloh a jsem si vědom toho, že ne všichni žáci musí vyřešit všechny úlohy (viz také 1.2.7). - Zohledňuji časové nároky na žáka při rýsování, případně hledám alternativní cesty k dosažení cílů. - Připravím obtížnější komplexní úlohy pro nadané žáky.
	Znám projevy nejběžnějších specifických poruch učení, které mohou ovlivnit výkon žáka v deskriptivní geometrii. Volím adekvátní metody výuky na základě spolupráce s dalšími kompetentními osobami.	Žákovi s oční vadou připravím zvětšená zadání úloh a poskytnu více času na řešení. Žákovi s diagnostikovanou dyspraxií povolím užití výpočetní techniky namísto standardních rýsovacích pomůcek.
	Dokážu svou koncepci výuky deskriptivní geometrie zprostředkovat a zdůvodnit v rámci předmětových komisí a začínajícím kolegům.	- Iniciuji a vedu diskusi v rámci předmětové komise o zavádění konkrétních pojmů a jejich zařazení v ŠVP (např. osová afinita). - Znám souvislosti a návaznost jednotlivých témat deskriptivní geometrie a uvědomuji si, že je lze učit v různém pořadí – například kótované vs. Mongeovo promítání. V rámci reflexe své hodiny zdůvodním začínajícímu kolegovi schéma přípravy hodiny, návaznost úloh, reakce na práci žáků. Identifikuji své pedagogické chyby.

OBLAST 1

VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM



Komentář k významu kompetence 1.2 pro učení žáků a žákyň



výzkum výuky geometrie, neboť deskriptivní geometrie využívá matematický, resp. geometrický aparát.

V geometrii se žáci seznamují s geometrickými útvary, které vznikly abstrakcí předmětů skutečného světa. Geometrické pojmy se u žáků vytvářejí přes různé úrovně kognitivního procesu, a to přes vizualizaci, analýzu, abstrakci, dedukci a axiomatizaci (van Hiele, 1986). Významnou

Didaktika deskriptivní geometrie dosud nebyla plnohodnotně zpracována. Přístup k výuce tohoto předmětu kladoucí důraz na syntetickou metodu je poměrně unikátní a je ovlivněn historickým vývojem oboru. Metodiku vyučování deskriptivní geometrie a rýsování zpracovali Hradecký et al. (1966), vzhledem k roku vydání je však zřejmé, že tato publikace sice může být základním informativním vodítkem, nikoliv však hlavní oporou pro současnou přípravu učitelů tohoto předmětu. Lze se však opřít o aktuální

roli rovněž hrají prototypické představy žáků, které ovlivňují jejich konceptuální znalosti (Tall et al., 2001). Výzkumy ukazují, že konceptuální znalosti žáků jsou propojeny s procedurálními a vzájemně se ovlivňují (Star, 2005; Rittle-Johnson et al., 2019), přičemž procedurální znalosti se v deskriptivní geometrii projevují zejména prostřednictvím rýsování.

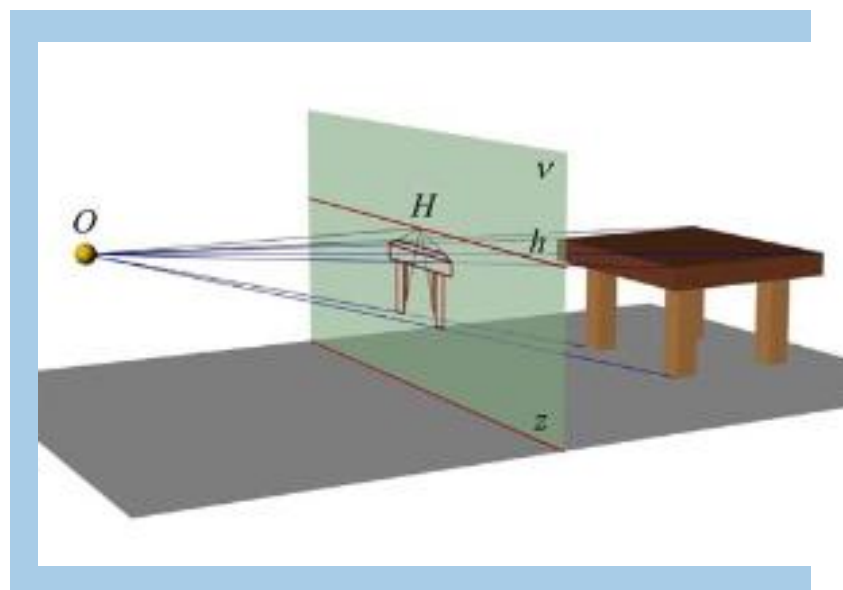
Jedním z nejdůležitějších úkolů vyučování deskriptivní geometrie je rozvíjení prostorové představivosti. Výzkumy ukazují, že pravidelný trénink může prostorovou představivost žáků výrazně zlepšit (Alias et al., 2002; Molnár, 2009; Sorby, 1999). K činnostem, kterými lze trénovat prostorovou představivost, patří počítačové 3D vizualizace, črtání rukou či manipulace s fyzickými modely geometrických objektů (Katsioloudis et al., 2014). Prostorová představivost se začíná rozvíjet zkoumáním základních vztahů a konceptů u žáků již v předškolním vzdělávání a tento proces pokračuje přes základní a střední školu až po vyšší vzdělávání. Ve výuce deskriptivní geometrie rozlišujeme tři etapy rozvíjení prostorové představivosti: *první/počáteční období*, kdy využíváme jako pomůcku pro vyučování modely v maximální možné míře; *druhé období*, v jehož rámci lze od modelů přejít k preferenci náčrtů; a *třetí/konečné období*, kdy je žák již schopen plné abstrakce (Hradecký et al., 1966). Při zavádění pojmů a vztahů ve výuce je nezbytné, aby učitel pracoval nejen s modely, ale také s tzv. zdánlivými modely či ne-modely (Hejný et al., 2004).

Důraz na modelování prostorových situací respektuje konstruktivistický přístup k vyučování, který je vhodnou prevencí formalismu ve výuce (Hejný & Kuřina, 2015). Deskriptivní geometrie by měla být, stejně jako

matematika, budována systematicky. Toho lze docílit logickou výstavbou učiva, kde porozumění novým pojmům je ukotvováno na již zažitá témata. Podstatou takového učení je opakovaný návrat k základním představám a zároveň jejich postupné prohlubování, což by mělo žákům pomoci učivo skutečně pochopit (Harden & Stamper, 1999).

Propojení výuky s praxí je podstatný motivační prvek stejně jako schopnost přizpůsobení obtížnosti učiva žákům či adekvátní integrace digitálních technologií do výuky. Zapojení praktických vzdělávacích aktivit zvyšuje motivaci ke studiu geometrie, obohacuje výuku a přispívá

k porozumění žáků (Moratella & Sanz, 2010; Tessema et al., 2024). Vizuální reprezentace a proces vizualizace hrají klíčovou roli ve výuce deskriptivní geometrie. Digitální technologie, jako jsou softwary dynamické geometrie či virtuální realita, poskytují efektivní vizualizace, které žákům usnadňují pochopení složitých geometrických konceptů (Almeida & Castro, 2021) a vedou k větší úspěšnosti žáků při řešení geometrických problémů (Žakelj & Klančar, 2022; Hosseini et al., 2022).



Bibliografie

- Alias, M., Black, T. R., & Gray, D. E. (2002). Effect of instructions on spatial visualisation ability in civil engineering students. *International Education Journal*, 3(1), 1–12.
- Almeida, J. S., & Castro, M. S. (2021). Applying Geogebra in Descriptive Geometry Online Teaching to Model Fundamental Concepts. In P. Gomez & F. Braidia (Eds.), *XXV International Conference of the Iberoamerican Society of Digital Graphics* (pp. 389–400). Blucher. <https://10.5151/sigradi2021-161>
- Andersen, K. (2007). *The geometry of an art. The mathematical theory of perspective from Alberti to Monge*. Springer.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barbin, É., Menghini, M., & Volkert, K. (Eds.). (2019). *Descriptive Geometry, The Spread of a Polytechnic Art*. Springer.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464), Macmillan.
- Harden, R. M., & Stamper, N. (1999). What is a spiral curriculum? *Medical Teacher*, 21(2), 141–143. <https://doi.org/10.1080/01421599979752>
- Hejný, M., & Kuřina, F. (2015). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Portál.
- Hejný, M., Novotná, J. Stehlíková, N. (Eds.) (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. 1. díl. Univerzita Karlova.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. FL: Academic Press.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406. <https://doi.org/10.3102/00028312042002371>
- Hradecký, F., Zedek, M., Šimek, J., & Mikulčák, J. (1966). *Metodika vyučování deskriptivní geometrii a rýsování*. SPN.
- Hosseini, Z., Mehdizadeh, M., & Sadeghi, M. (2022). Using Geogebra in teaching geometry to enhance students academic achievement and motivation. *Innovare Journal of Education*, 34–38. <https://doi.org/10.22159/ijoe.2022v10i3.44792>
- Janík, T. (2009). *Didaktické znalosti obsahu a jejich význam pro oborové didaktiky, tvorbu kurikula a učitelské vzdělávání*. Edice Pedagogický výzkum v teorii a praxi, sv. 15. Paido.
- Kadeřávek, F. (1935). *Geometrie a umění v dobách minulých*. Jan Štenc.
- Kadeřávek, F. (1954). *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk*. ČSAV.
- Katsioloudis, P., Jovanovic, V., & Jones, M. (2014). A comparative analysis of spatial visualization ability and drafting models for industrial and technology education students. *Journal of Technology Education*, 26(1), 88–101. <https://doi.org/10.21061/jte.v26i1.a.6>
- Lowrie, T., Logan, T., & Hegarty, M. (2019). The influence of spatial visualization training on students' spatial reasoning and mathematics performance. *Journal of Cognition and Development*, 20(5), 729–751.
- Lowrie, T., Harris, D., Logan, T., & Hegarty, M. (2021). The Impact of a Spatial Intervention Program on Students' Spatial Reasoning and Mathematics Performance. *The Journal of Experimental*

Education, 89(2), 259–277,
<https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1684869>

- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 2006, 1017–1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Molnár, J. (2009). *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Univerzita Palackého v Olomouci.
- Moratalla, A., & Sanz, M. (2010). Rhythm: A Motivation to study geometry. In L. G. Chova, D. M. Belenguer & I. C. Torres (Eds.), *EDULEARN10 Proceedings* (pp. 790–798). IATED.
- Piska, R., & Medek, V. (1966). *Deskriptivní geometrie I*. Státní nakladatelství technické literatury.
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relations with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191–212. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8>
- Pottmann, H., Asperl, A., Hofer, M., & Kilian, A. (2007). *Architectural Geometry*. Bentley Institute Press.
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 107(3), 592–613.
- Rittle-Johnson, B., Zippert, E. L., & Boice, K. L. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 166–178. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189x015002004>
- Smith, D., Myers, J. S., Kaplan, C. S., & Goodman-Strauss, C. (2024). An aperiodic monotile. *Combinatorial Theory*, 4(1), 1–91.

<http://dx.doi.org/10.5070/C64163843>

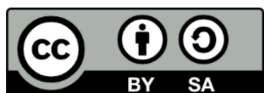
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3-D Spatial Visualization Skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21–32.
- Sorby, S. A., Casey, B., Veurink, N., & Dulaney, A. (2013). The role of spatial training in improving spatial and calculus performance in engineering students. *Learning and Individual Differences*, 26, 20–29.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 404–411.
- Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315–351). SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_9
- Tall, D., Gray, E., Bin Ali, M., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., Pitta, D., Pinto, M., Thomas, M., & Yusof, Y. (2001) Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(1), 81–104. <https://doi.org/10.1080/14926150109556452>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169.
- Tessema, G., Michael, K., & Areaya, S. (2024). Realist hands-on learning approach and its contributions to learners' conceptual understanding and problem-solving skills on solid geometry. *Pedagogical Research*, 9(1), em0186. <https://doi.org/10.29333/pr/14096>
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational*

Studies in Mathematics, 76, 141–164.
<https://doi.org/10.1007/s10649-010-9269-y>

- Urban, A. (1965). *Deskriptivní geometrie I*. Státní nakladatelství technické literatury.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. University of Chicago.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65–81). Kluwer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5
- VUP Praha (2005). Deskriptivní geometrie. *Metodický portál: Články* [online]. 21. 10. 2005, [cit. 2025-06-27]. Dostupný z WWW: <https://clanky.rvp.cz/clanek/370/DESKRIPTIVNI-GEOMETRIE.html>
- Žakelj, A. & Klančar, A. (2022). The role of visual representations in geometry learning. *European Journal of Educational Research*, 11(3), 1393–1411. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.3.1393>
- Žára, J., Beneš, B., Sochor, J., & Felkel, P. (2010). *Moderní počítačová grafika*. Computer Press.



Spolufinancováno
Evropskou unií



Toto dílo je dostupné pod licencí Creative Commons CC BY-SA 4.0.

Podmínky licence jsou dostupné na <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.